

Fișă de lucru

Proprietăți ale relației de divizibilitate în mulțimea numerelor naturale.

Nume: _____ Clasa: _____ Data: _____

Scrie rezolvările complet, pas cu pas. Toate calculele trebuie justificate. Se acordă 90 de puncte în total și 10 puncte din oficiu.

1 Proprietatea de reflexivitate și antisimetrie

15 p

Verificați proprietățile relației de divizibilitate pentru perechile de numere de mai jos:

- Arătați că $12 \mid 12$ (reflexivitate).
- Dacă $15 \mid 45$, verificați dacă și $45 \mid 15$. Ce proprietate ilustrează rezultatul?
- Dacă $a \mid b$ și $b \mid a$, cu $a, b \in \mathbb{N}^*$, ce puteți concluziona despre a și b ?

2 Proprietatea de tranzitivitate

15 p

Folosiți proprietatea de tranzitivitate a divizibilității pentru a răspunde cerințelor:

- Știind că $4 \mid 12$ și $12 \mid 60$, concluzionați dacă $4 \mid 60$. Verificați.
- Știind că $6 \mid 18$ și $18 \mid 90$, concluzionați dacă $6 \mid 90$. Verificați.

3 Divizibilitatea sumei și diferenței

15 p

Se dau numerele $a = 48$ și $b = 36$. Verificați proprietățile:

1. Dacă $12 \mid 48$ și $12 \mid 36$, arătați că $12 \mid (48 + 36)$.
2. Dacă $12 \mid 48$ și $12 \mid 36$, arătați că $12 \mid (48 - 36)$.
3. Dacă $12 \mid 48$ dar $12 \nmid 10$, verificați că $12 \nmid (48 + 10)$.

4 Divizibilitatea produsului

15 p

Demonstrați sau verificați proprietățile legate de produs:

1. Dacă $7 \mid 35$, arătați că $7 \mid (35 \cdot 6)$.
2. Dacă $5 \mid 20$, arătați că $5 \mid (20 \cdot 13)$.
3. Enunțați proprietatea generală: dacă $d \mid a$ și $n \in \mathbb{N}$, atunci ce puteți spune despre d și $a \cdot n$?

5 Aplicație combinată

15 p

Fie $n \in \mathbb{N}$. Arătați că expresia $E = 15 \cdot n + 45$ este divizibilă cu 15 pentru orice valoare naturală a lui n . Calculați și valoarea lui E pentru $n = 3$ și $n = 7$, verificând divizibilitatea.

6 Problemă aplicativă

15 p

Un profesor are 120 de creioane și 84 de caiete pe care vrea să le împartă în mod egal unor grupe de elevi, fără să rămână nimic. Determinați cel mai mare număr de grupe posibil și câte creioane, respectiv câte caiete va primi fiecare grupă. Justificați folosind proprietățile divizibilității.
